गणित

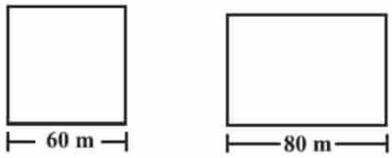
(अध्याय - 11) (क्षेत्रमिति)

(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 11.1

प्रश्न 1:

जैसा की संलग्न आकृति में दर्शाया गया है, एक आयताकार और एक वर्गाकार खेत के माप दिए हुए हैं। यदि इनके परिमाप समान हैं, तो किस खेत का क्षेत्रफल अधिक होगा?



(a) (b)

उत्तर 1:

दिया है: वर्गाकार खेत की भुजा = 60 m

और आयताकार खेत की भुजा = 80 m

प्रश्नानुसार,

आयताकार खेत का परिमाप = वर्गाकार खेत का परिमाप

$\Rightarrow \quad 2(l+b) = 4 \times$ भुजा $\quad \Rightarrow \quad 2(80+b) = 4\times 60$

$\Rightarrow \quad 160+2b=240 \quad \Rightarrow \quad 2b = 240-160$

$\Rightarrow \quad 2b = 80 \quad \Rightarrow \quad b = 40$ m

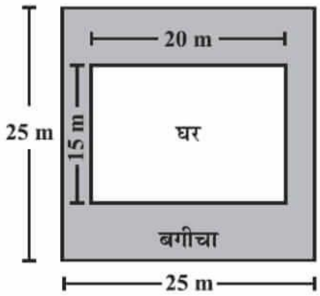
यहाँ वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल = $(\text{भुजा})^2 = (60)^2 = 3600\ m^2$

और आयताकार खेत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई = $80 \times 40 = 3200\ m^2$

अतः, वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल अधिक होगा।

प्रश्न 2:

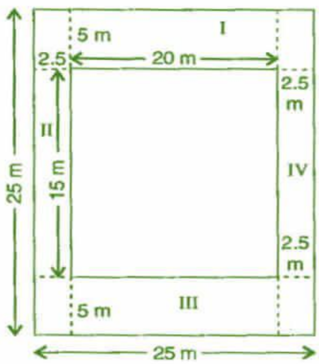
श्रीमती कौशिक के पास चित्र में दर्शाए गए मापों वाला एक वर्गाकार प्लाट है। वह प्लॉट के बीच में एक घर बनाना चाहती हैं। घर के चारों ओर एक बगीचा विकसित किया गया है। ₹ 55 प्रति वर्ग मीटर की दर से इस बगीचे को विकसित करने का व्यय ज्ञात कीजिए।



उत्तर 2:

वर्गाकार प्लाट की भुजा = 25 m

$\therefore$ वर्गाकार प्लाट का क्षेत्रफल = $(\text{भुजा})^2 = (25)^2 = 625\ m^2$



घर की लंबाई = 20 m और

घर की चौड़ाई = 15 m

$\therefore$ घर का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई = $20 \times 15 = 300\ m^2$

बगीचे का क्षेत्रफल = वर्गाकार प्लाट का क्षेत्रफल – घर का क्षेत्रफल

$= 625 - 300 = 325\ m^2$

$\because$ 1 वर्ग मीटर बगीचे को विकसित करने का व्यय = ₹ 55

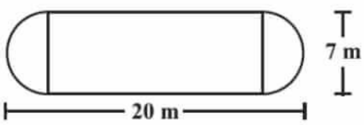
$\therefore$ 325 वर्ग मीटर बगीचे को विकसित करने का व्यय = ₹55 x 325

= ₹ 17,875

अतः, बगीचे को विकसित करने का कुल व्यय ₹ 17,875 है।

प्रश्न 3:

जैसा कि आरेख में दर्शाया गया है, एक बगीचे का आधार मध्य में आयताकार है और किनारों पर अर्धवृत्त के रूप में है। इस बगीचे का परिमाप और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [आयत की लंबाई 20 – (3.5 + 3.5 मीटर है।]



उत्तर 3:

दिया है: कुल लंबाई = 20 m

अर्धवृत्त का व्यास = 7 m

$\therefore$ अर्धवृत्त की त्रिज्या = $\frac{7}{2} = 3.5$ m

आयताकार भाग की लंबाई = 20 – (3.5 + 3.5) = 20 – 7 = 13 m

आयताकार भाग की चौड़ाई = 7 m

∴ आयताकार भाग का क्षेत्रफल = $l \times b$ = 13 x 7 = 91 m^2

दोनों अर्धवृत्तों का क्षेत्रफल = $2\times\frac{1}{2}\pi r^2 = 2\times\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times3.5\times3.5$ = 38.5 m^2

बगीचे का क्षेत्रफल = 91 + 38.5 = 129.5 m^2

अतः, दोनों अर्धवृत्तों का परिमाप = $2\times\pi r = 2\times\frac{22}{7}\times3.5$ = 22 m

और बगीचे का परिमाप = 22 + 13 + 13 = 48 m

प्रश्न 4:

फर्श बनाने के लिए उपयोग की जाने वाली एक टाइल का आकार समांतर चतुर्भुज का है जिसका आधार 24 cm और संगत ऊँचाई 10 cm है। 1080 वर्ग मीटर क्षेत्रफल के एक फर्श को ढकने के लिए ऐसी कितनी टाइलों की आवश्यकता है? [फर्श के कोनो को भरने के लिए आवश्यकतानुसार आप टाइलों को किसी भी रूप में तोड़ सकते हैं।]

उत्तर 4:

दिया है: टाइल का आधार = 24 cm = 0.24 m

टाइल की संगत ऊँचाई = 10 cm = 0.10 m

तथा टाइल का क्षेत्रफल = आधार x ऊँचाई = 0.24 x 0.10 = 0.024 m^2

∴ फर्श को ढकने के लिए, टाइलों की संख्या $= \frac{\text{फर्श का क्षेत्रफल}}{\text{एक टाइल का क्षेत्रफल}}$

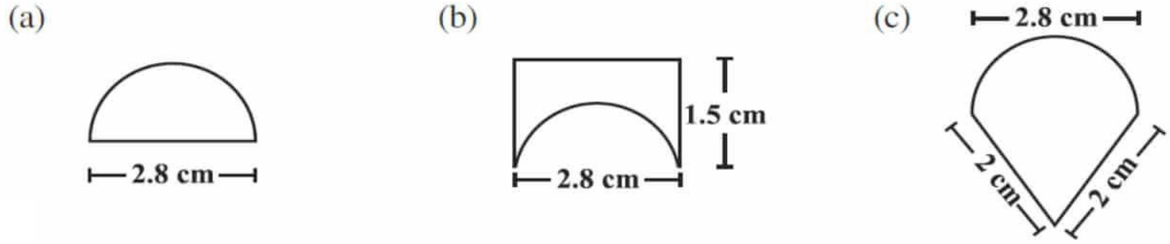
$= \frac{1080}{0.024}$

= 45000 टाइलें

अतः, फर्श को ढकने के लिए 45000 टाइलों की आवश्यकता है।

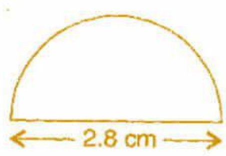
प्रश्न 5:

एक चींटी किसी फर्श पर बिखरे हुए विभिन्न आकारों के भोज्य पदार्थ के टुकड़ों के चारों ओर घूम रही है। भोज्य पदार्थ के किस टुकड़े के लिए चींटी को लंबा चक्कर लगाना पड़ेगा? स्मरण रखिए, वृत्त की परिधि सूत्र $c = 2\pi r$, जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है, की सहायता से प्राप्त की जा सकती है।



उत्तर 5:

(a) त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{2.8}{2}$ = 1.4 cm

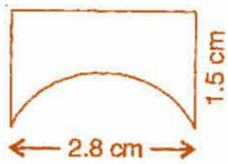


अर्धवृत्त का परिमाप = $\pi r = \frac{22}{7}\times1.4$ = 4.4 cm

चींटी द्वारा चली गई कुल दूरी = अर्धवृत्त का परिमाप + व्यास

= 4.4 + 2.8 = 7.2 cm

(b) अर्धवृत्त का व्यास = 2.8 cm

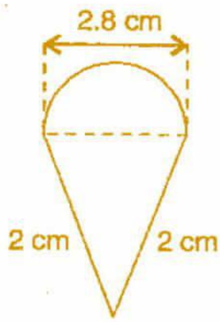


$\therefore$ त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{2.8}{2}$ = 1.4 cm

अर्धवृत्त का परिमाप = $\pi r = \frac{22}{7} \times 1.4$ = 4.4 cm

चींटी द्वारा चली गई कुल दूरी = 1.5 + 2.8 + 1.5 + 4.4 = 10.2 cm

(c) अर्धवृत्त का व्यास = 2.8 cm



$\therefore$ त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{2.8}{2}$ = 1.4 cm

अर्धवृत्त का परिमाप = $\pi r = \frac{22}{7} \times 1.4$ = 4.4 cm

चींटी द्वारा चली गई कुल दूरी = 2 + 2 + 4.4 = 8.4 cm

अतः, आकृति (b) में, भोज्य पदार्थ के टुकड़े के लिए चींटी को लंबा चक्कर लगाना पड़ेगा।

गणित

(अध्याय - 11) (क्षेत्रमिति)

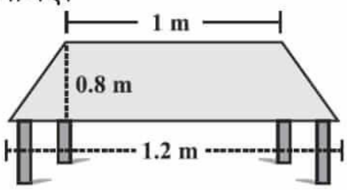
(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 11.2

प्रश्न 1:

एक मेज के ऊपरी पृष्ठ (सतह) का आकर समलंब जैसा है। यदि इसकी समांतर भुजाएँ 1 m और 1.2 m यही तथा इन समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 0.8 m है, तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 1:



यहाँ, पहली समांतर भुजा की लंबाई (a) = 1 m

और दूसरी समांतर भुजा की लंबाई (b) = 1.2 m तथा

ऊँचाई (h) = 0.8 m

$\therefore$ मेज के ऊपरी पृष्ठ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}(a+b)\times h = \frac{1}{2}\times(1+1.2)\times 0.8 = \frac{1}{2}\times 2.2\times 0.8 = 0.88\ m^2$

अतः, मेज के ऊपरी पृष्ठ का क्षेत्रफल 0.88 m^2 है।

प्रश्न 2:

एक समलंब का क्षेत्रफल 34 cm^2 है और इसकी ऊँचाई 4 cm है। समांतर भुजाओं में से एक की लंबाई 10 cm है। दूसरी समांतर भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 2:

माना, दूसरी समांतर भुजा की लंबाई = b.

पहली समांतर भुजा की लंबाई (a) = 10 cm और ऊँचाई (h) = 4 cm

समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}(a+b)\times h$ $\Rightarrow$ $34=\frac{1}{2}(10+b)\times 4$

$\Rightarrow$ $34=(10+b)\times 2$ $\Rightarrow$ $34=20+2b$

$\Rightarrow$ $34-20=2b$ $\Rightarrow$ $14=2b$

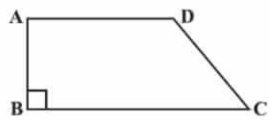
$\Rightarrow$ $7=b$ $\Rightarrow$ $b=7$

अतः, दूसरी समांतर भुजा की लंबाई 7 cm है।

प्रश्न 3:

एक समलंब के आकार के खेत ABCD की बाड़ की लंबाई 120 m है। यदि BC = 48 m, CD = 17 m और AD = 40 m है, तो इस खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। भुजा AB समांतर भुजाओं AD तथा BC पर लंब है।

उत्तर 3:



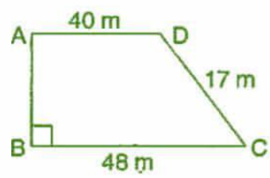
दिया है: BC = 48 m, CD = 17 m, AD = 40 m और परिमाप = 120 m

$\because$ समलंब खेत ABCD का परिमाप = AB + BC + CD + DA

$\Rightarrow$ 120 = AB + 48 + 17 + 40

$\Rightarrow$ 120 = AB = 105

$\Rightarrow$ AB = 120 – 105 = 15 m



इसलिए, खेत का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}\times(BC+AD)\times AB$

$= \frac{1}{2}\times(48+40)\times 15$

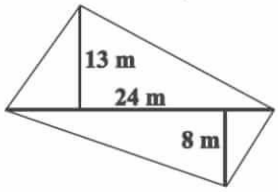
$= \frac{1}{2}\times 88\times 15$

= 660 m^2

अतः, खेत ABCD का क्षेत्रफल 660 m^2 है।

प्रश्न 4:

एक चतुर्भुज आकार के खेत का विकर्ण 24 m है और शेष सम्मुख शीर्षों से इस विकर्ण पर खींचे गए लंब 8 m एवं 13 m हैं। खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



उत्तर 4:

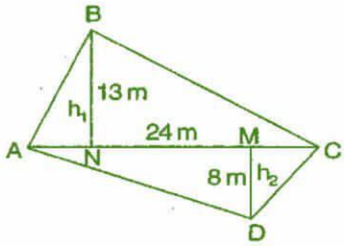
यहाँ, $h_1 = 13$ m, $h_2 = 8$ m और AC = 24 m

चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = ΔABC का क्षेत्रफल + ΔADC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} b \times h_1 + \frac{1}{2} b \times h_2$$

$$= \frac{1}{2} b (h_1 + h_2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times (13 + 8) = \frac{1}{2} \times 24 \times 21 = 252 \text{ m}^2$$



अतः, चतुर्भुज आकार के खेत का क्षेत्रफल 252 m^2 है।

प्रश्न 5:

किसी समचतुर्भुज के विकर्ण 7.5 cm एवं 12 cm है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 5:

दिया है: d_1 = 7.5 cm और d_2 = 12 cm

हम जानते हैं कि, समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times d_1 d_2 = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 12 = 45 \text{ cm}^2$

अतः, समचतुर्भुज का क्षेत्रफल 45 cm^2 है।

प्रश्न 6:

एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल गेट कीजिए जिसकी भुजा 6 cm और शीर्षलंब 4 cm है। यदि एक विकर्ण की लंबाई 8 cm है तो दूसरे विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 6:

हम जानते हैं कि समचतुर्भुज, एक समांतर चतुर्भुज भी होता है।

$\therefore$ समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार x शीर्षलंब = 6 x 4 = 24 cm^2

तथा समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} d_1 d_2$

$\Rightarrow \quad 24 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2 \qquad \Rightarrow 24 = 4 d_2 \qquad \Rightarrow d_2 = \frac{24}{4} = 6$ cm

अतः, दूसरे विकर्ण की लंबाई 6 cm है।

प्रश्न 7:

किसी भवन के फर्श में समचतुर्भुज के आकार की 3000 टाइलें हैं और इनमें से प्रत्येक के विकर्ण 45 cm एवं 30 cm लंबाई के हैं। 4 रूपये प्रति वर्ग मीटर की दर से इस फर्श को पॉलिश करने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:

दिया है, d_1 = 45 cm और d_2 = 30 cm

$\because$ एक टाइल का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \times 45 \times 30 = 675 \text{ cm}^2$

$\therefore$ 3000 टाइलों का क्षेत्रफल = 675 x 3000 = 2025000 cm^2

$$= \frac{2025000}{10000} = 202.50 \text{ m}^2 \qquad \left[\because 1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2\right]$$

∵ 1 वर्ग मीटर फर्श को पॉलिश करने का व्यय = ₹ 4

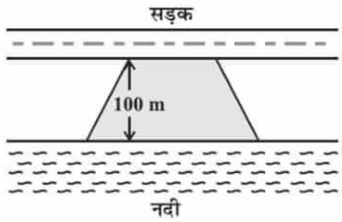
∴ 202.50 वर्ग मीटर फर्श को पॉलिश करने का व्यय = 4 x 202.50 = ₹ 810

अतः, फर्श को पॉलिश करने का कुल व्यय ₹ 810 है।

प्रश्न 8:

मोहन एक समलंब के आकार का खेत खरीदना चाहता है। इस खेत की नदी के साथ वाली भुजा सड़क के साथ वाली भुजा के समांतर हैं और लंबाई में दुगुनी है। यदि इस खेत का क्षेत्रफल 10500 m^2 है और दो समांतर भुजाओं के बीच की लंबवत 100 m दूरी है, तो नदी के साथ वाली भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:



दिया है: लंबवत दूरी (h) = 100 m

समलंब के आकार के खेत का क्षेत्रफल = 10500 m^2

माना सड़क के साथ वाली भुजा की लंबाई x m है, अतः नदी के साथ वाली भुजा की लंबाई = $2x$ m

∴ समलंब खेत का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}(a+b)\times h$

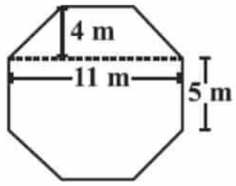
$\Rightarrow$ $10500 = \frac{1}{2}(x+2x)\times 100$ $\Rightarrow$ $10500 = 3x\times 50$

$\Rightarrow$ $3x = \frac{10500}{50}$ $\Rightarrow$ $x = \frac{10500}{50\times 3}$ $\Rightarrow$ $x = 70$ m

अतः, नदी के साथ वाली भुजा की लंबाई = $2x$ = 2 x 70 = 140 m

प्रश्न 9:

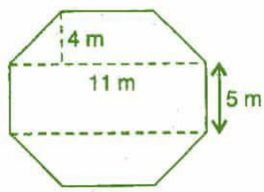
एक ऊपर उठे हुए चबूतरे का ऊपरी पृष्ठ अष्टभुज के आकार का है। जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। अष्टभुजी पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



उत्तर 9:

दिया है: अष्टभुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई 5 m है।

रचना: अष्टभुज को तीन भागों में विभाजित किया। दो समलंब जिसकी समांतर भुजाएँ क्रमशः 11 m और 5 m है तथा लंबवत दूरी 4 m है और एक आयत, जिसकी लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 11 m और 5 m है।



इसलिए, दो समलंब का क्षेत्रफल = 2 x $\frac{1}{2}(a+b)\times h$

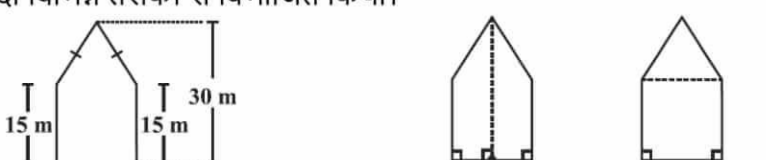
= 2 x $\frac{1}{2}(11+5)\times 4$ = 4 x 16 = 64 m^2

और आयत का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई = 11 x 5 = 55 m^2

∴ अष्टभुजी पृष्ठ का क्षेत्रफल = 64 + 55 = 119 m^2

प्रश्न 10:

एक पंचभुज आकार का बगीचा है जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए ज्योति और कविता ने इसे दो विभिन्न तरीकों से विभाजित किया।

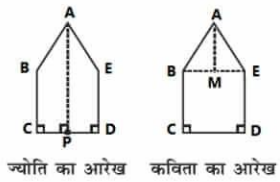


दोनों तरीकों का उपयोग करते हुए इस बगीचे का क्षेत्रफल गेट कीजिए। क्या आप इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने की कोई और विधि बता सकते हैं?

उत्तर 10:

पहला तरीका: ज्योति के आरेख से,

पंचभुज का क्षेत्रफल = समलंब ABCP का क्षेत्रफल + समलंब AEDP का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (AP + BC) x CP + $\frac{1}{2}$ (ED + AP) x DP



$= \frac{1}{2}$ (30 + 15) x CP + $\frac{1}{2}$ (15 + 30) x DP

$= \frac{1}{2}$ (30 + 15) (CP + DP)

$= \frac{1}{2}$ x 45 x CD

$= \frac{1}{2}$ x 45 x 15 = 337.5 m^2

दूसरा तरीका: कविता के आरेख से,

यहाँ, AM ⊥ BE, अतः AM = 30 – 15 = 15 m

पंचभुज का क्षेत्रफल = ΔABE का क्षेत्रफल + वर्ग BCDE का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}$ x 15 x 15 + 15 x 15

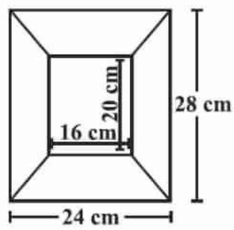
= 112.5 + 225.0 = 337.5 m^2

अतः, पंचभुज का क्षेत्रफल = 337.5 m^2

प्रश्न 11:

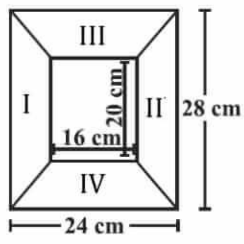
संलग्न पिक्चर फ्रेम के आरेख की बाहरी एवं अंतः विमाएँ क्रमशः 24 cm x 28 cm एवं 16 cm x 20 cm हैं। यदि फ्रेम के प्रत्येक खंड की चौड़ाई समान है, तो प्रत्येक खंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 11:



यहाँ, आकृति (I) और आकृति (II) की विमाएँ समान हैं।

तथा आकृति (III) और आकृति (IV) की विमाएँ समान हैं।



$\therefore$ आकृति (I) का क्षेत्रफल = समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}(a+b)\times h$

$= \frac{1}{2}(28+20)\times 4$

$= \frac{1}{2}\times 48\times 4 = 96 \text{ cm}^2$

इसलिए, आकृति (II) का क्षेत्रफल = 96 cm^2

तथा आकृति (III) का क्षेत्रफल = समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}(a+b)\times h$

$= \frac{1}{2}(24+16)\times 4$

$= \frac{1}{2}\times 40\times 4 = 80 \text{ cm}^2$

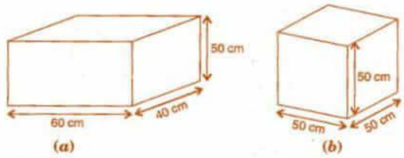
इसलिए, आकृति (IV) का क्षेत्रफल = 80 cm^2

गणित

(अध्याय - 11) (क्षेत्रमिति)
(कक्षा - 8)

प्रश्नावली 11.3

प्रश्न 1:
दो घनाभाकार डिब्बे हैं जैसा कि संलग्न आकृति में दर्शाया गया है। किस डिब्बे को बनाने के लिए कम सामग्री की आवश्यकता है?



उत्तर 1:

(a) दिया है: पहले घनाभाकार डिब्बे की लंबाई (l) = 60 cm
पहले घनाभाकार डिब्बे की चौड़ाई (b) = 40 cm
पहले घनाभाकार डिब्बे की ऊँचाई (h) = 50 cm

$\therefore$ पहले घनाभाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb+bh+hl)$
= 2 (60 x 40 + 40 x 50 + 50 x 60)
= 2 (2400 + 2000 + 3000)
= 2 x 7400 = 14800 cm^2

(b) दिया है: दूसरे घनाभाकार डिब्बे की लंबाई (l) = 50 cm
दूसरे घनाभाकार डिब्बे की चौड़ाई (b) = 50 cm
दूसरे घनाभाकार डिब्बे की ऊँचाई (h) = 50 cm

$\therefore$ दूसरे घनाभाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb+bh+hl)$
= 2 (50 x 50 + 50 x 50 + 50 x 50)
= 2 (2500 + 2500 + 2500)
= 2 x 7500 = 15000 cm^2

अतः, पहले (a) घनाभाकार डिब्बे डिब्बे को बनाने के लिए कम सामग्री की आवश्यकता है।

प्रश्न 2:
80 cm x 48 cm x 24 माप वाले एक सूटकेस को तिरपाल के कपड़े से ढकना है। ऐसे 100 सूटकेसों को ढकने के लिए 96 cm चौड़ाई वाले कितने मीटर तिरपाल के कपड़े की आवश्यकता है?

उत्तर 2:

दिया है: सूटकेस की लंबाई (l) = 80 cm,
सूटकेस की चौड़ाई (b) = 48 cm
और सूटकेस की ऊँचाई (h) = 24 cm

$\therefore$ सूटकेस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb+bh+hl)$
= 2 (80 x 48 + 48 x 24 + 24 x 80)
= 2 (3840 + 1152 + 1920)
= 2 x 6912 = 13824 cm^2

तिरपाल का क्षेत्रफल = सूटकेस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$\Rightarrow \quad l \times b = 13824$

$\Rightarrow \quad l \times 96 = 13824$

$\Rightarrow \quad l = \frac{13824}{96} = 144$ cm

100 सूटकेसों को ढकने के लिए तिरपाल की आवश्यकता = 144 x 100 = 14400 cm = 144 m
अतः, 100 सूटकेसों को ढकने के लिए 144 मीटर तिरपाल के कपड़े की आवश्यकता है।

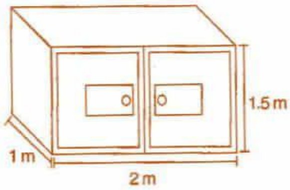
प्रश्न 3:
एक ऐसे घन की भुजा ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 600 cm^2 है।

उत्तर 3:
दिया है: घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 600 cm^2

$\Rightarrow \quad 6l^2 = 600 \quad \Rightarrow \quad l^2 = 100 \quad \Rightarrow \quad l = 10$ cm

अतः, घन की भुजा 10 cm है।

प्रश्न 4:
रुखसार ने 1 m x 2 m x 1.5 m माप वाली एक पेटी को बाहर से पेंट किया। यदि उसने पेटी के तल के अतिरिक्त उसे सभी जगह से पेंट किया हो तो ज्ञात कीजिए कि उसने कितने पृष्ठीय क्षेत्रफल को पेंट किया।

उत्तर 4:


दिया है: पेटी की लंबाई (l) = 2 m, पेटी की चौड़ाई (b) = 1 m

और पेटी की ऊँचाई (h) = 1.5 m

$\therefore$ पेटी का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= lb + 2(bh + hl)$

= 2 x 1 + 2 (1 x 1.5 + 1.5 x 2) = 2 + 2 (1.5 + 3.0)

= 2 + 9.0 = 11 m^2

अतः, उसने 11 m^2 पृष्ठीय क्षेत्रफल को पेंट किया।

प्रश्न 5:
डैनियल एक ऐसे घनाभाकर कमरे की दीवारों और छत को पेंट कर रहा है जिसकी लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 15 m, 10 m एवं 7 m हैं। पेंट की प्रत्येक कैन की सहायता से 100 m^2 क्षेत्रफल को पेंट किया जा सकता है। तो उस कमरे के लिए उसे पेंट की कितनी कैनों की आवश्यकता होगी?

उत्तर 5:
दिया है: कमरे की लंबाई (l) = 15 m, कमरे की चौड़ाई (b) = 10 m, कमरे की ऊँचाई (h) = 7 m

$\therefore$ कमरे का (पेंट के लिए) कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= lb + 2(bh + hl)$

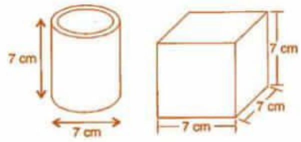
= 15 x 10 + 2 (10 x 7 + 7 x 15)

= 150 + 2 (70 + 105) = 150 + 350 = 500 m^2

इसलिए, कैनों की संख्या $= \dfrac{\text{कमरे का (पेंट के लिए) कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{पेंट की प्रत्येक कैन से पेंट क्षेत्रफल}} = \dfrac{500}{100} = 5$ कैन

अतः, कमरे के लिए उसे पेंट की 5 कैनों की आवश्यकता होगी ।

प्रश्न 6:
वर्णन कीजिए कि दाईं तरफ की गई आकृतियाँ किस प्रकार एक समान हैं और किस प्रकार एक दूसरे से भिन्न हैं? किस डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है?



उत्तर 6:
दिया है: बेलनाकार डिब्बे का व्यास = 7 cm, $\therefore$ बेलनाकार डिब्बे की त्रिज्या $(r) = \dfrac{7}{2}$ cm

और बेलनाकार डिब्बे की ऊँचाई (h) = 7 cm

बेलनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh = 2 \times \dfrac{22}{7} \times \dfrac{7}{2} \times 7 = 154$ cm^2

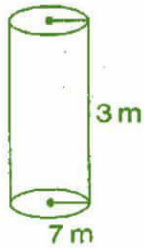
तथा घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4l^2 = 4 \times (7)^2$ = 4 x 49 = 196 cm^2

अतः, घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है।

प्रश्न 7:

7 m त्रिज्या और 3 m ऊँचाई वाला एक बंद बेलनाकार टैंक किसी धातु की एक चादर से बना हुआ है। उसे बनाने के लिए वांछित धातु की चादर की मात्रा ज्ञात कीजिए।

उत्तर 7:



दिया है: बेलनाकार टैंक की त्रिज्या (r) = 7 m, बेलनाकार टैंक की ऊँचाई (h) = 3 m

बेलनाकार टैंक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(h+r)$

$= 2\times\frac{22}{7}\times 7(3+7)$ = 44 x 10 = 440 m^2

अतः, उसे बनाने के लिए 440 m^2 धातु की चादर की आवश्यकता है।

प्रश्न 8:

एक खोखले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4224 cm^2 है। इसे इसकी ऊँचाई के अनुदिश काटकर 33 cm चौड़ाई की एक आयताकार चादर बनाई जाती है। आयताकार चादर का परिमाप ज्ञात कीजिए।

उत्तर 8:

दिया है: बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 4224 cm^2 और बेलन की ऊँचाई = 33 cm

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$\Rightarrow \quad 4224 = 2\times\frac{22}{7}\times r\times 33 \quad \Rightarrow \quad r=\frac{4224\times 7}{2\times 22\times 33} = \frac{64\times 7}{22}$ cm

तथा आयताकार चादर की लंबाई = $2\pi r \quad \Rightarrow \quad l=2\times\frac{22}{7}\times\frac{64\times 7}{22}$ = 128 cm

आयताकार चादर का परिमाप = $2(l+b)$ = 2 (128 + 33) = 2 x 161 = 322 cm

अतः, आयताकार चादर का परिमाप 322 cm है।

प्रश्न 9:

किसी सड़क को समतल करने के लिए एक सड़क रोलर को सड़क के ऊपर एक बार घुमने के लिए 750 चक्कर लगाने पड़ते हैं। यदि सड़क रोलर का व्यास 84 cm और लंबाई 1 m है तो सड़क का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर 9:

दिया है: सड़क रोलर का व्यास = 84 cm, $\therefore$ सड़क रोलर की त्रिज्या $(r)=\frac{d}{2}=\frac{84}{2}$ = 42 cm

सड़क रोलर की लंबाई (h) = 1 m = 100 cm

सड़क रोलर का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$ = $2\frac{22}{7}\times 42\times 100$ = 26400 cm^2

$\therefore$ सड़क रोलर द्वारा 750 चक्करों में कुल क्षेत्रफल = 26400 x 750

= 1,98,00,000 cm^2

= 1980 m^2 [$\because$ 1 m^2 = 10,000 cm^2]

अतः, सड़क का कुल क्षेत्रफल 1980 m^2 है।

प्रश्न 10:

एक कंपनी अपने दूध पाउडर को ऐसे बेलनाकार बर्तनों में पैक करती है जिनका व्यास 14 cm और ऊँचाई 20 cm है। कंपनी बर्तन के पृष्ठ के चारों ओर एक लेबल लगाती है (जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है)। यदि यह लेबल बर्तन के तल और शीर्ष दोनों से 2 cm की दूरी पर चिपकाया जाता है तो लेबल का क्षेत्रफल क्या है?

उत्तर 10:

दिया है: बेलनाकार बर्तन का व्यास = 14 cm

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन की त्रिज्या $(r) = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7$ cm

बेलनाकार बर्तन की ऊँचाई = 20 cm

लेबल की ऊँचाई $(h) = 20 - 2 - 2 = 16$ cm

लेबल का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh = 2\frac{22}{7} \times 7 \times 16 = 704\ cm^2$

अतः, लेबल का क्षेत्रफल $704\ cm^2$ है।

गणित

(अध्याय – 11) (क्षेत्रमिति)

(कक्षा – 8)

प्रश्नावली 11.4

प्रश्न 1:

आपको एक बेलनाकार टैंक दिया हुआ है, निम्नलिखित में से किस स्थिति में आप उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे और किस स्थिति में आयतन:

(a) यह ज्ञात करने के लिए कि इसमें कितना पानी रखा जा सकता है।

(b) इसका प्लास्टर करने के लिए वांछित सीमेंट बोरियों की संख्या।

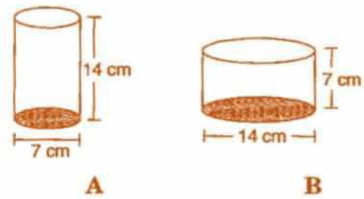
(c) इसमें भरे पानी से भरे जाने वाले छोटे टैंकों की संख्या।

उत्तर 1:

(a) आयतन (b) पृष्ठीय क्षेत्रफल (c) आयतन

प्रश्न 2:

बेलन A का व्यास 7 cm और ऊँचाई 14 cm है। बेलन B का व्यास 14 cm और ऊँचाई 7 cm है। परिकलन किए बिना क्या आप बता सकते हैं कि इन दोनों में किसका आयतन अधिक है। दोनों बेलनों का आयतन ज्ञात करते हुए इसका सत्यापन कीजिए। जाँच कीजिए कि क्या अधिक आयतन वाले बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल भी अधिक है।



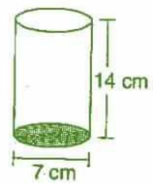
उत्तर 2:

हाँ, बेलन B का आयतन अधिक है क्योंकि उसकी त्रिज्या अधिक है।

बेलन A का व्यास = 7 cm

$\Rightarrow$ बेलन A की त्रिज्या = $\frac{7}{2}$ cm

और बेलन A की ऊँचाई = 14 cm



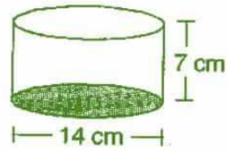
$\therefore$ बेलन A का आयतन = $\pi r^2 h = \frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times 14 = 539\ cm^3$

तथा बेलन B का व्यास = 14 cm

$\Rightarrow$ बेलन B की त्रिज्या = $\frac{14}{2} = 7$ cm

और बेलन B की ऊँचाई = 7 cm

$\therefore$ बेलन A का आयतन = $\pi r^2 h = \frac{22}{7}\times 7\times 7\times 7 = 1078\ cm^3$



बेलन A का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(2h+r)$ [$\because$ यह ऊपर से खुला हुआ है]

$= \frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\left(2\times 14+\frac{7}{2}\right) = 11\times\left(28+\frac{7}{2}\right)$

$= 11\times\frac{63}{2} = 346.5\ cm^2$

बेलन B का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(2h+r)$ [$\because$ यह ऊपर से खुला हुआ है]

$= \frac{22}{7}$ x 7 (2 x 7 + 7)

= 22 x (14 + 7) = 22 x 21 = 462 cm^2

हाँ, अधिक आयतन वाले बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल भी अधिक है।

प्रश्न 3:

एक ऐसे घनाभ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसके आधार का क्षेत्रफल 180 cm^2 और जिसका आयतन 900 cm^3 है?

उत्तर 3:

दिया है: घनाभ के आधार का क्षेत्रफल $(l \times b)$ = 180 cm^2 और घनाभ का आयतन = 900 cm^3

हम जानते हैं कि,

घनाभ का आयतन = $l \times b \times h$ $\Rightarrow 900 = 180 \times h$ $\Rightarrow h = \frac{900}{180} = 5$ m

अतः, घनाभ की ऊँचाई 5 m है।

प्रश्न 4:

एक घनाभ की विमाएँ 60 cm x 54 cm x 30 cm हैं। इस घनाभ के अंदर 6 cm भुजा वाले कितने छोटे घन रखे जा सकते हैं।

उत्तर 4:

दिया है: घनाभ की लंबाई (l) = 60 cm, घनाभ की चौड़ाई (b) = 54 cm और घनाभ की ऊँचाई (h) = 30 cm

हम जानते हैं कि, घनाभ का आयतन = $l \times b \times h$ = 60 x 54 x 30 cm^3

और घन का आयतन = $(\text{Side})^3$ = 6 x 6 x 6 cm^3

$\therefore$ छोटे घनों की संख्या = $\frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{घन का आयतन}} = \frac{60 \times 54 \times 30}{6 \times 6 \times 6} = 450$

अतः, घनाभ के अंदर 450 छोटे घन रखे जा सकते हैं।

प्रश्न 5:

एक ऐसे बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसका आयतन 1.54 m^3 और जिसके आधार का व्यास 140 cm है?

उत्तर 5:

दिया है: बेलन का आयतन = 1.54 m^3 और बेलन के आधार का व्यास = 140 cm

$\therefore$ बेलन के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{d}{2} = \frac{140}{2} = 70$ cm

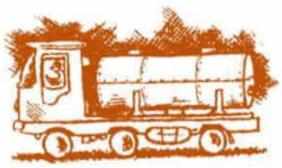
बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

$\Rightarrow 1.54 = \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \times h$ $\Rightarrow h = \frac{1.54 \times 7}{22 \times 0.7 \times 0.7}$ $\Rightarrow h = \frac{154 \times 7 \times 10 \times 10}{22 \times 7 \times 7 \times 100} = 1$ m

अतः, बेलन की ऊँचाई 1 m है।

प्रश्न 6:

एक दूध का टैंक बेलन के आकार का है जिसकी त्रिज्या 1.5 m और लंबाई 7 m है। इस टैंक में भरे जा सकने वाले दूध की मात्रा लीटर में ज्ञात कीजिए।



उत्तर 6:

दिया है: बेलनाकार टैंक की त्रिज्या (r) = 1.5 m और बेलनाकार टैंक की ऊँचाई (h) = 7 m

बेलनाकार टैंक का आयतन = $\pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \times 7$ = 49.5 cm^3

= 49.5 x 1000 लीटर [$\because$ 1 m^3 = 1000 लीटर]

= 49500 लीटर

अतः, टैंक में भरे दूध की मात्रा 49500 लीटर है।

प्रश्न 7:

यदि किसी घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना कर दिया जाए, तो

(i) इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने गुना वृद्धि होगी?

(ii) इसके आयतन में कितने गुना वृद्धि होगी?

उत्तर 7:

(i) माना, घन के प्रत्येक किनारे की लंबाई = l.

हम जानते हैं, घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल (A) = $6l^2$

यदि घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना कर दिया जाए, तो

घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल (A')= $6(2l)^2 = 6\times 4l^2 = 4\times 6l^2$

$$A' = 4 \times A$$

अतः, इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल चार गुना हो जाएगा।

(ii) घन का आयतन (V) = l^3

यदि घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना कर दिया जाए, तो

घन का आयतन (V')= $(2l)^3 = 8l^3$

$$V' = 8 \times V$$

अतः, इसका आयतन 8 गुना हो जाएगा।

प्रश्न 8:

एक कुंड के अंदर 60 लीटर प्रति मिनट की दर से पानी गिर रहा है। यदि कुंड का आयतन 108 m^3 है, तो ज्ञात कीजिए कि इस कुंड को भरने में कितने घंटे लगेंगे?

उत्तर 8:

दिया है: कुंड का आयतन = 108 m^3

कुंड के अंदर पानी गिरने की दर = 60 लीटर / मिनट

$= \frac{60}{1000}$ m^3/ मिनट $\left[\because 1l = \frac{1}{1000} m^3\right]$

$= \frac{60\times 60}{1000}$ m^3/ घंटे

$\because$ कुंड में $\frac{60\times 60}{1000}$ m^3 पानी भरने में लगा समय = 1 घंटा

$\therefore$ कुंड में 1 m^3 पानी भरने में लगा समय = $\frac{1000}{60\times 60}$ घंटे

$\therefore$ कुंड में 108 m^3 पानी भरने में लगा समय = $\frac{108\times 1000}{60\times 60}$ घंटे = 30 घंटे

अतः, इस कुंड को भरने में 30 घंटे लगेंगे।